

MATEMÁTICA II

01. Em Teoria dos Números, um dos ramos de estudo da matemática superior, a função $\Pi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (onde \mathbb{R} representa o conjunto dos números reais) é definida por $\Pi(x) =$ Quantidade de números primos positivos maiores ou iguais a 2 e menores ou iguais a x . Nestas condições, é CORRETO afirmar que

- A) $\Pi(11) = 1$ e $\Pi(10) = 0$
- B) $\Pi(20) - \Pi(10) = 2 \Pi(3)$
- C) $\Pi(100) > \Pi(99)$
- D) $\Pi(2x) = 2\Pi(x)$ qualquer que seja x real.
- E) $\Pi(x+1) > \Pi(x)$ qualquer que seja x real.

02. Segundo a Companhia de Distribuição de Energia Elétrica de um dado local, a tarifação de uma empresa que era cobrada segundo o gráfico da Figura 1 passou a ser cobrada segundo os valores constantes no gráfico da Figura 2. Nestas condições, se o valor anteriormente pago pela empresa era de R\$ 70.000,00, com relação a este valor antigo, o aumento percentual que a empresa terá de desembolsar a partir da nova tarifação, considerando que seu consumo permanecerá o mesmo, será

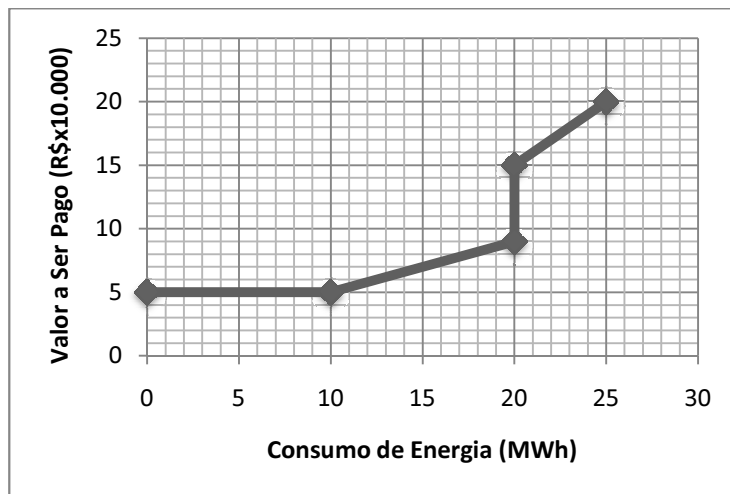


Figura 1. Valores da Tarifa Antiga

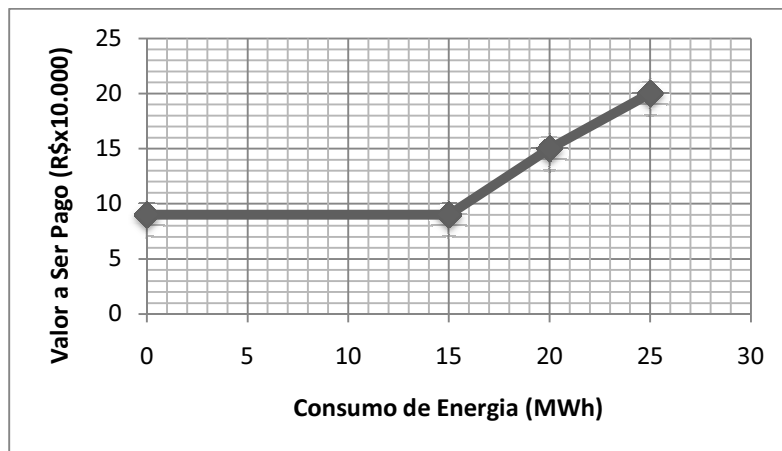
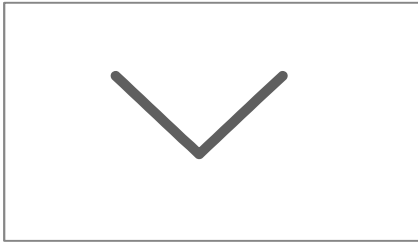


Figura 2. Valores da Tarifa Nova

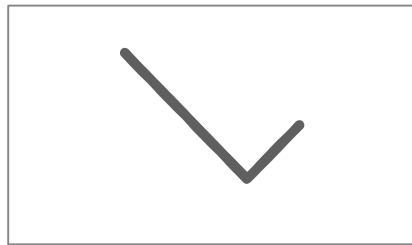
- A) superior a 10%, mas estritamente inferior a 20%
- B) superior a 20%, mas estritamente inferior a 25%
- C) superior a 25%, mas estritamente inferior a 30%
- D) entre 30% e 35% (inclusive)
- E) superior a 35%

03. Dos gráficos abaixo, o que mais se assemelha ao gráfico da função $f(x) = ||x + 2| - 2|$ no intervalo $-5 < x < 5$ é

A)



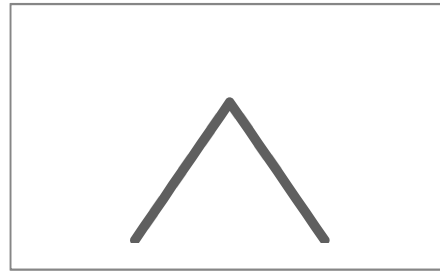
B)



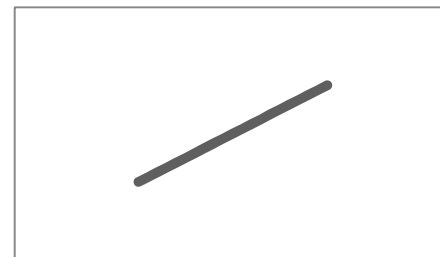
C)



D)



E)



04. Se $\log_b a = 2 \log_c a$, com a, b e c números reais estritamente positivos, então é CORRETO afirmar que

A) $\sqrt{c} = b$

B) $\sqrt{b} = c$

C) $|c| = b$

D) $c^2 = b$

E) $b^2 = c$

05. Em uma Progressão Geométrica estritamente crescente com razão igual ao triplo do primeiro termo e na qual, o quarto termo é igual 16875, é CORRETO afirmar que

- A) o terceiro termo é igual a nove vezes o primeiro termo.
- B) a soma dos três primeiros termos é igual a 241 vezes o primeiro termo.
- C) o segundo termo é igual a 9 vezes o quadrado do primeiro termo.
- D) a soma do primeiro e do terceiro termo é igual a 25 vezes o segundo termo.
- E) os termos também estão em progressão aritmética.

06. Em um jogo infantil, dois dados não viciados de 6 faces, cada uma numerada de um a seis, são jogados simultaneamente, e o jogador A (que joga os dados) vence sempre que a soma das faces que caíram para cima for igual a 6, 7 ou 8. Nos demais casos, vence o jogador B. Considerando que um jogo de dois jogadores é chamado de justo, sempre que a chance dos dois jogadores de vencer for a mesma e injusto, caso contrário, é CORRETO afirmar que o jogo

- A) é justo, pois os jogadores A e B têm iguais chances de vencê-lo.
- B) não pode ser dito justo ou injusto, pois tudo dependerá da sorte dos jogadores.
- C) é injusto, pois o jogador A tem mais chances de vencê-lo que o jogador B.
- D) é injusto, pois o jogador B tem mais chances de vencê-lo que o jogador A.
- E) é justo, pois independentemente das probabilidades envolvidas, o jogador A vence apenas quando as faces somam 6,7 ou 8, enquanto que o jogador B vence quando as faces somam 2,3,4,5,9,10,11 ou 12, ou seja, existem bem mais somas favoráveis ao jogador B.

07. Uma loja oferece um eletrodoméstico a um valor de R\$ 1.200,00. O desconto para pagamento à vista é de 5% deste valor e, para pagamento a prazo, incidem juros de 10% sobre o valor total, a ser pago de forma dividida igualmente entre as 6 parcelas e cobrado junto a estas. No encarte da loja, caso o pagamento seja dividido em 6 (seis) vezes, se o cliente não atrasar as primeiras 5 (cinco) parcelas, a sexta parcela sairá de graça ou, como diz o encarte, “por conta da loja”. Nessas condições, para o cliente,

- A) se ele não atrasar nenhuma mensalidade, será mais vantajoso o pagamento a prazo, pois, nessas condições, o valor total a ser pago será menor que nos demais planos.
- B) será mais vantajoso o pagamento à vista, pois o valor total pago será sempre menor que nos demais planos.
- C) se ele atrasar alguma mensalidade, será mais vantajoso o pagamento no plano de seis parcelas, independentemente da taxa de juros cobrada pelo atraso.
- D) se ele atrasar alguma mensalidade e não forem cobrados juros pelo atraso, então o pagamento a prazo ainda assim será mais vantajoso. Se for cobrada alguma multa pelo atraso, dependendo do valor da multa, o plano de pagamento à vista será mais ou menos vantajoso, conforme o valor da multa.
- E) todos os planos são equivalentes, pois, ao final, o valor pago em todos eles para a loja será o mesmo.

08. Em um polígono convexo regular de n lados, chamamos de corda qualquer segmento de reta entre dois vértices distintos. Um lado é, portanto, uma corda ligando vértices adjacentes. Se o polígono regular tem número par de vértices, chamamos de diâmetro uma corda ligando o vértice m ao vértice $m+n/2$ onde consideramos que os vértices do polígono estão numerados no sentido anti-horário, a partir de um vértice qualquer, de zero (inclusive) a $n-1$. Nessas condições, a probabilidade de que uma corda NÃO seja nem um diâmetro nem um lado do polígono é igual a

- A) $1/2$
- B) $(n-6)/(n-1)$
- C) $(n-5)/(n-1)$
- D) $(n-4)/(n-1)$
- E) 1

09. Um poliedro convexo possui 8 (oito) faces, todas triangulares. Nestas condições, assumindo que tal poliedro exista, o número esperado de vértices para este será

- A) 10
- B) 9
- C) 8
- D) 7
- E) 6

10. Considerando a medida de ângulos em radianos, se $\theta = 3\pi/4$, é CORRETO afirmar, dado que $y = \frac{\sin(\theta - x)}{\sin(\theta + x)}$, que

- A) $y = \tan(\theta + x)$
- B) $y = \cotan(\theta - x)$
- C) $y = \cotan(\theta/3 + x)$
- D) $y = \tan(\theta/3 + x)$
- E) $y = \tan(\theta/3 - x)$

Nas questões de 11 a 14, assinale, na coluna I, as afirmativas verdadeiras e, na coluna II, as falsas.

11. Considerando o polinômio $q(x) = 9x^4 + 18x^3 - 19x^2 - 28x + 20$, analise as afirmativas abaixo e conclua.

I	II
---	----

0	0
---	---

Ao menos, uma de suas raízes será um número racional.

1	1
---	---

Considerando S a soma de suas raízes e P o produto destas, então $P + 9S$ será igual ao dobro do coeficiente do termo de mais alto grau de $q(x)$.

I	II
---	----

2	2
---	---

Considerando S a soma de suas raízes e P o produto destas, então $9P + S$ será igual ao dobro do coeficiente do termo de mais alto grau de $q(x)$.

3	3
---	---

A soma das suas raízes será um número inteiro.

4	4
---	---

O produto das suas raízes será um número inteiro.

12. Considerando o sistema $\begin{cases} 5x + 3y + 4z = 3 \\ 15x + 9y + 8z = 6 \\ 20x + 12y + 16z = 12 \end{cases}$, analise as afirmativas abaixo e conclua.

I	II
---	----

0	0
---	---

O sistema é impossível.

1	1
---	---

O sistema é possível e indeterminado.

2	2
---	---

O sistema é possível e determinado.

3	3
---	---

O sistema admite como solução única $x = 4, y = 8, z = -11$

4	4
---	---

O sistema admite como solução, para qualquer valor de x , a terna $(x, x, 5x)$

13. Considerando um sorteio de n objetos, sorteados um a um, em uma coleção de m objetos distintos (onde m é estritamente maior que n , e ambos são maiores ou iguais a dois), analise as afirmativas e conclua.

I	II
---	----

0	0
---	---

Se o sorteio for feito **sem** reposição dos objetos sorteados, a quantidade de sorteios possíveis nos quais a ordem dos elementos sorteados não é levada em consideração (combinações) é, independentemente dos valores de m e n , estritamente **maior** que a quantidade de tais sorteios nos quais a ordem dos elementos sorteados é relevante (arranjos).

1	1
---	---

Se o sorteio for feito **com** reposição dos objetos sorteados, a quantidade de sorteios possíveis nos quais a ordem dos elementos sorteados não é levada em consideração (combinações) é, independentemente dos valores de m e n , estritamente **maior** que a quantidade de tais sorteios nos quais a ordem dos elementos sorteados é relevante (arranjos).

2	2
---	---

Se o sorteio for feito **sem** reposição dos objetos sorteados, a quantidade de sorteios possíveis nos quais a ordem dos elementos sorteados não é levada em consideração (combinações) é, independentemente dos valores de m e n , estritamente **menor** que a quantidade de tais sorteios nos quais a ordem dos elementos sorteados é relevante (arranjos).

I	II
---	----

3	3
---	---

Se o sorteio for feito **com** reposição dos objetos sorteados, a quantidade de sorteios possíveis nos quais a ordem dos elementos sorteados não é levada em consideração (combinações) é, independentemente dos valores de m e n, estritamente **menor** que a quantidade de tais sorteios nos quais a ordem dos elementos sorteados é relevante (arranjos).

4	4
---	---

Independentemente, se o sorteio for feito com ou sem reposição dos objetos sorteados, a quantidade de sorteios possíveis nos quais a ordem dos elementos sorteados não é levada em consideração (combinações) é, independentemente dos valores de m e n, estritamente **menor** que a quantidade de tais sorteios nos quais a ordem dos elementos sorteados é relevante (arranjos).

14. Em química, define-se o pH de uma solução pela relação $\text{pH} = \log(1/[\text{H}^+])$ onde $[\text{H}^+]$ é a concentração do Hidrogênio em íons-grama por Litro de solução. Chama-se de **ácida** uma solução cuja concentração $[\text{H}^+]$ é estritamente maior que a mesma concentração na água pura, na qual $[\text{H}^+] = 10^{-7}$ íons-grama/L, e **alcalina**, uma solução na qual tal concentração de íons H^+ é menor que a da água. Nessas condições, analise as afirmativas abaixo e conclua.

I	II
---	----

0	0
---	---

Se uma solução A tem pH igual ao dobro de outra solução B, então sua concentração de íons H^+ é 100 vezes maior que a concentração da solução B.

1	1
---	---

Ao adicionar 10^{-5} íons-grama/L de íons H^+ à água pura, seu pH será alcalino.

2	2
---	---

Ao adicionar 10^{-6} íons-grama/L de íons H^+ à água pura, seu pH mudará de 7 para 6, sendo, portanto, ácido.

3	3
---	---

Ao adicionar uma substância que remova 10^{-6} íons-grama/L de íons H^+ da água pura, o pH da solução resultante será alcalino.

4	4
---	---

A diferença de pH's de duas soluções A e B cuja concentração de íons H^+ da solução A seja 100 vezes maior que a da solução B é igual a $\sqrt{100} = 10$